

الاسم:	مسابقة في مادة الرياضيات	عدد المسائل: ثلاث
الرقم:	المدة: ٧٥ دقيقة	

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الإلتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I- (6 points)

Le tableau ci-dessous présente le prix moyen annuel (en dollars) d'une once d'or (x_i) et d'une once d'argent (y_i) sur cinq années consécutives.

Année	2019	2020	2021	2022	2023
Prix moyen annuel d'une once d'or en dollars : x_i	1799	1801	1943	2387	3295
Prix moyen annuel d'une once d'argent en dollars : y_i	24,14	25,73	m	28,27	32,8

Le plan est rapporté à un repère orthogonal. Toutes les valeurs seront arrondies à 10^{-4} près.

Partie A

- 1) Le coefficient de corrélation de cette série statistique (x_i ; y_i) est $r = 0,9822$. Interpréter ce résultat.
- 2) Les coordonnées $\bar{x}$ et $\bar{y}$ du centre de gravité G de cette série statistique (x_i , y_i) sont $\bar{x} = 2245$ et $\bar{y} = 27\,458$.
 - a) Calculer m.
 - b) L'équation de la droite de régression ($D_{y/x}$) de y en fonction de x est donnée par $y = 0,0052x + b$ où b est un nombre réel. Montrer que $b = 15,784$.

Partie B

On suppose que le modèle précédent reste valide jusqu'à l'année 2030.

- 1) En 2024, le prix moyen annuel d'une once d'or était 4000 dollars.
Estimer le prix moyen annuel d'une once d'argent.
- 2) On suppose qu'au cours d'une certaine année avant 2030, le prix moyen x d'une once d'or subit une hausse de 10%.
 - a) Déterminer, en fonction de x, l'augmentation correspondante du prix moyen annuel d'une once d'argent.
 - b) On suppose que le pourcentage d'augmentation du prix moyen annuel d'une once d'argent est 5,6 ,
estimer le prix moyen annuel x d'une once d'or.

II- (5 points)

Dans le tableau ci-dessous, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.

Écrire le numéro de chaque question et indiquer, en le justifiant, la réponse correspondante.

N°	Questions	Réponses proposées		
		a	b	c
1	Pour tout réel $x \neq -\frac{\ln 3}{3}$, $\frac{\ln(8e^{2x}e^{4x} + (e^{3x})^2)}{3x + \ln 3} =$	2	$\frac{54x}{3x + \ln 3}$	$\frac{9 + 6x}{3x + \ln 3}$
2	Le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $(e^x - 1)(\ln(x - 1)) = 0$ est	0	1	2
3	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln(5x - 7)} =$	0	1	$+\infty$
4	L'ensemble de solutions, dans $\mathbb{R}$, de l'inéquation $\ln(-x + 7) \leq \ln 5$ est:	$[2; +\infty[$	$[2; 7[$	$] -\infty; 2[$
5	On considère la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} e^{x-2a} & \text{pour } x \leq 1 \\ 1 + \ln x & \text{pour } x > 1 \end{cases}$ Si f est continue, alors a =	0	$\frac{1}{2}$	1

III- (9 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - 2x - 2e^{-x-1}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative.

Soit (d) la droite d'équation $y = 1 - 2x$.

1) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et calculer $f(-3)$.

2) a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, (C) est en dessous de (d) .

c) Démontrer que (d) est une asymptote à (C) .

3) a) Calculer $f'(x)$.

b) Recopier et compléter le tableau de variations de f .

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

c) Dédurre que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq 1$.

4) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ a deux solutions distinctes α et β .

5) On sait que $-1.87 < \alpha < -1.86$ et $0.19 < \beta < 0.21$.

Tracer (d) et (C) .

6) Soit h la fonction donnée par $h(x) = \ln(1 - f(x))$.

a) Déterminer le domaine de définition de h .

b) Est-ce que les deux fonctions f et h varient dans le même sens sur l'intervalle $]-\infty, -1[$?
Justifier votre réponse.